Journal on Education
Volume 05, No. 04, Mei-Agustus 2023, pp. 12922-12936
E-ISSN: 2654-5497, P-ISSN: 2655-1365
Website: http://jonedu.org/index.php/joe

Penggunaan Teorema Binomial dalam Menentukan Peluang Suatu Kejadian

Rektor Sianturi

Universitas HKBP Nommensen Pematangsiantar, Jl. Sangnawaluh No.4, Siopat Suhu, Kec. Siantar Tim., Kota Pematang Siantar, Sumatera Utara
rektor.sianturi@uhnp.ac.id

Abstract

The theory of opportunity arises from human activity which inspires bettors who try to find information on the chances of winning bets. Scientists who also like to play bets, experts make the theory of probability as a basic study of statistics and conduct mathematical analysis from a review of game examples. In this case, examine the toss of coins. To determine the probability of an event occurring in a coin toss, first calculate the number of sample points using the formula 2n where n is the number of sample spaces. In this case, the concept of the binomial theorem is used to determine the probability of an event occurring in the toss of a coin. The binomial theorem is very helpful in determining the probability of an event. Because it is very easy to determine the probability of an event is very rarely done.
Keywords: Binomial Theorem, Probability of an Event, Introduction to Probability Theory

Abstrak

Teori peluang muncul dari aktivitas manusia yang melahirkan inspirasi para petaruh yang berusaha mencari informasi peluang memenangkan pertaruhan. Para ilmuan yang juga gemar bermain secara bertaruh, para ahli menjadikan teori peluang sebagai kajian landasan ilmu statistika dan melakukan analisis matematika dari tinjauan contoh permaianan. Dalam hal ini, mengkaji pada pelemparan uang logam. Untuk menentukan peluang suatu kejadian pada pelemparan uang logam, terlebih dahulu dihitung banyak nya titik sampel dengan menggunakan rumus 2n dengan n adalah banyaknya ruang sampel. Dalam hal ini, untuk menentukan peluang suatu kejadian pada pelemparan uang logam akan di gunakan konsep teorema binomial. Teorema binomial sangat membantu dalam menetukan peluang suatu kejadian. Karena hal ini sangat mudah maka untuk menentukan peluang suatu kejadian sangat jarang dilakukan.
Kata Kunci: Teorema Binomial, Peluang Suatu Kejadian, Pengantar Teori Peluang

Copyright (c) 2023 Rektor Sianturi

Corresponding author: Rektor Sianturi
Email Address: rektor.sianturi@uhnp.ac.id (Jl. Sangnawaluh No.4, Kota Pematang Siantar, Sumatera Utara)
Received 8 March 2023, Accepted 14 March 2023, Published 16 March 2023

PENDAHULUAN

Teori Peluang (probabilitas) merupakan cabang ilmu matematika yang banyak diterapkan dalam kehidupan sehari-hari (Darwanto & Dinata, 2021). Secara sadar maupun tidak sadar hampir seluruh sisi kehidupan manusia dipenuhi dengan teori peluang (Sirbiladze et al., 2022). Teori peluang berhubungan dengan ketidakpastian, sama halnya dengan hidup manusia yang selalu dipenuhi dengan ketidakpastian juga (Noeryanti, 2021;Rhomdani, 2022). Misalnya saja dalam penentuan apakah hari ini akan hujan, apakah esok hari kita masih hidup, apakah besok kita tidak sakit, seorang ibu yang sedang hamil apakah mendapatkan anak laki atau perempuan, dan sebagainya (Garnadi & Indonesia, 2018;Purnama et al., 2020). Oleh karena itu, mempelajari teori peluang mempunyai manfaat yang besar bagi kehidupan manusia selain dari sisi akademis tentunya (Sumarminingsih & Astutik, 2021;Sadli et al., 2017). Mempelajari teori peluang bisa menjadikan manusia optimis atau pesimis dalam hidupnya (Nurhusain & Hadi, 2021;Az-Zahroh & Permadi, 2022). Optimis ketika seseorang bisa memanfaatkan peluang yang ada, dan pesimis ketika seseorang hanya melihat hidup dari sisi ketidakpastiannya (Nasrulloh, 2020;Ansori et al., 2021).

Konsep teori peluang meliputi :ruang sampel dan kejadian, menghitung titik sampel, peluang kejadian, peluang bersyarat dan aturan Bayes, serta variabel random dan distribusi peluang. Dalam teori peluang masalah yang sering dibahas adalah kejadian-kejadian yang normatif (Anugrawati, 2022;Sneyd et al., 2022). Misalnya pelemparan dadu yang seimbang, pelemparan koin yang seimbang, dan sebagainya (Lumbantoruan, 2019). Hampir seluruh literatur statistik membahas kejadian normatif ini (Istiqomah, 2016;Qi et al., 2017). Dan sepanjang pengetahuan penulis belum ada artikel yang membahas secara rinci percobaan di luar kebiasaan (Tutelman & Webster, 2020;Fischer, 2019). Misalnya percobaan pelemparan dadu dan koin yang telah dibuat sedemikian rupa sehingga dadu dan koin tersebut tidak seimbang (Miasary, 2022;Biscarri et al., 2018). Karena sedikitnya referensi yang membahas keadaan yang tidak seimbang ini berakibat kebanyakan mahasiswa masih belum memahami konsep peluang kejadian dari keadaan yang tidak seimbang ini (Hadi et al., 2018;Al-Baldawi & Ali Hussein, 2021).

METODE

Penelitian ini bersifat kualitatif (Skarbek, 2020);(Silverman, 2020). Penelitian ini tidak mencari sumber data penelitian dilapangan ketika melakukan penenlitian kualitatif. Penelitian kepustakaan merupakan salah satu penelitian yang merupakan bagian dari penelitian kualitatif (Tutelman & Webster, 2020). Lebih filosofis dan teoritis daripada pengujian empiris berbasis lapangan dilakukan dalam tinjauan literatur. Studi ini didasarkan pada pemeriksaan prosedur penelitian universitas dan buku referensi tentang pembelajaran statistik. Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menemukan buku atau artikel yang relevan dengan masalah yang akan diteliti
2. Mengutip sumber atau memberikan dokumentasi dari sumber yang digunakan
3. Menganalisis dan menyajikan temuan penelitian

HASIL DAN DISKUSI

Ruang Sampel dan Titik Sampel

Suatu eksperimen sering juga disebut percobaan. Setiap proses yang menghasilkan suatu kejadian disebut percobaan. Ruang sampel adalah himpunan semua kenungkinan yang terjadi pada suatu percobaan (Biscarri et al., 2018). Semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan disebut ruang sampel yang dilambangkan dengan S. setiap hasil dalam ruang sampel disebut titik sampel. Sebagai contoh nya:

1. Pelemparan sebuah uang logam sebanyak satu kali maka ruang sampelnya adalah {A,G}
2. Pelemparan sebuah dadu sebanyak satu kali maka ruang sampelnya adalah {1,2,3,4,5,6}

3. Pelemparan tiga uang logam sebanyak satu kali secara bersamaan maka ruang sampelnya adalah {AAA,AAG,AGA,AGG,GAA,GAG,GGA,GGG}
4. Pelemparan dua buah dadu secara bersamaan sebanyak satu kali maka ruang sampelnya adalah {(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6), … (6,6)}

Pengertian Kejadian

Dalam suatu eksperimen, kemungkinan kita akan fokus pada sebuah kejadian. Misalkan pelemparan sebuah dadu sebanyak satu kali maka kemungkinan kita akan fokus munculnya angka ganjil atau pun angka genap (Ansori et al., 2021). Misalkan ruang sampel pelemparan sebuah dadu sebanyak satu kali adalah S = {1,2,3,4,5,6}. Misalkan A = muncul nya angka ganjil maka A = {1,3,5} atau B = munculnya angka genap maka B = {2,4,6} sehingga dapat diperoleh bahwa A dan B adalah suatu kejadian. Dari contoh tersebut, kita bandingkan bahwa kejadian itu adalah himpunan bagian dari ruang sampel. Menurut Darwanto dan Karsoni Berta Dinata (2021;41) bahwa Sebuah kejadian adalah sebuah himpunan bagian dari ruang sampel. Setiap himpunan bagian dari ruang sampel S merupakan sebuah peristiwa. Contoh:

1. Pelemparan dua buah dadu secara bersamaan sebanyak satu kali. Maka ruang sampelnya adalah S = {(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6), … (6,6)}.

Tabel 1. Contoh Kasus

	Dadu II						
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Dadu I	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

A = kejadian muncul nya kedua dadu berjumlah 10

A = {(5,5),(4,6),(6,4)}

B = kejadian munculnya kedua dadu berjumlah kurang dari 4

B = {(1,1),(1,2),(2,1)}

2. Pelemparan tiga uang logam sekaligus sebanyak satu kali. maka ruang sampelnya adalah S = {AAA,AAG,AGA,AGG,GAA,GAG,GGA,GGG}

M = kejadian munculnya 2 gambar dan 1 angka

M = {AGG,GAG,GGA}

N = kejadian muncul nya ketiga tiganya angka

N = {GGG}

Menghitung Titik Sampel

Ada beberapa cara untuk menghitung titik sampel adalah sebagai berikut:

Aturan Membilang

Misalkan kejadian A_1 adalah kejadian dapat terjadi dalam n_1 cara, kejadian A_2 adalah kejadian dapat terjadi dalam n_2 cara, kejadian A_3 adalah kejadian dapat terjadi dalam n_3 cara, … , kejadian A_k adalah kejadian dapat terjadi dalam n_k cara, maka dapat diperoleh:

1. Apabila kejadian A tidak dapat terjadi secara bersamaan maka diperoleh aturan Penjumlahan yaitu: $(n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k)$ cara
2. Apabila kejadian A dapat terjadi secara bersamaan maka diperoleh aturan Perkalian yaitu: $(n_1 \,.\, n_2 \,.\, n_3 \,.\, \dots \,.\, n_k)$ cara.

Contoh:

Misalkan suatu perguruan tinggi memiliki 4 mata kuliah Etika yang berbeda, 3 mata kuliah kewirausahaan yang berbeda dan 5 mata kuliah Agama yang berbeda. Maka diperoleh:

1. Banyak cara seseorang mahasiswa memilih satu dari tiap mata kuliah yang tersedia adalah = 4.3.5 = 60 cara
2. Banyak cara seseorang mahasiswa memilih satu mata kuliah saja adalah = 4 + 3 + 5 = 12 cara

Permutasi

Permutasi adalah susunan unsur-unsur yang berbeda dari unsur-unsur yang tersedia dengan memperhatikan urutan atau tidak boleh berulang. Misalkan huruf A,B,C disusun terdiri dari dua huruf maka kemungkinan yang terjadi adalah AB, AC, BC. Atau AB ≠ BA, AC ≠ CA, BC ≠ CB. Permutasi r unsur yang berbeda dari n unsur yang tersedia di lambangkan ${}_nP_r$, P_r^n atau ${}^nP_r$ yang dirumuskan dengan ${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$, dengan $r \leq n$.

Contoh:

10 orang didalam sebuah kelas akan dipilih menjadi pengurus kelas yang teridiri dari ketua, sekretaris dan bendahara. Maka banyak cara yang diperoleh untuk memilih pengurus kelas tersebut adalah:

Penyelesaian:

Karena pengurus kelas tidak boleh berulang maka diperoleh:

$$ {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} $$

$$ {}_{10}P_3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = \frac{10.9.8.7!}{7!} = 10.9.8 = 720 \text{ cara} $$

Permutasi dari unsur-unsur yang sama yang tersedia yaitu permutasi dari n unsur yang berbeda dengan k unsur yang sama, l unsur yang sama, m unsur yang sama dirumuskan sebagai berikut:

$$ P_{(n;k,l,m)} = \frac{n!}{k!\,l!\,m!}, \text{ dengan } (k + l + m) \leq n. $$

Contoh:

Banyak cara yang dapat dilakukan untuk menyusun huruf "MATEMATIKA" adalah …

Penyelesaian:

MATEMATIKA, n = 10, unsur yang sama yaitu k = M = 2, l = A = 3, m = T = 2 maka diperoleh:

$$P_{(n;k,l,m)} = \frac{n!}{k!l!m!}$$

$$P_{(10;2,3,2)} = \frac{10!}{2!3!2!} = \frac{10.9.8.7.6.5.4.3!}{2.13!2.1} = 10.\ 9.\ 8.7.6.5 = 151.200 \text{ cara}$$

Permutasi Siklis

Adalah permutasi melingkar. Biasanya terjadi pada rapat-rapat yang dilakukan pada meja bundar atau ibu-ibu pengajian dan lain-lain (Garnadi & Indonesia, 2018). Permutasi siklis diperoleh:

$$P_s(n) = (\text{ n} - 1)!$$

Contoh:

Dalam sebuah kelas, terdapat 8 orang mahasiswa mengadakan diskusi belajar dengan duduk berbentuk meja bundar. Banyak cara yang dapat dilakukan mahasiswa tersebut dalam posisi duduk adalah …

Penyelesaian:

$P_s(n) = (\text{ n-1})!$

$P_s(8) = (\text{ 8-1})! = 7! = 7.6.5.4.3.2.1 = 5.040$ cara

Kombinasi

Kombinasi adalah susunan unsur-unsur yang berbeda dari unsur-unsur yang tersedia dengan tidak memperhatikan urutan atau boleh berulang (Sumarminingsih & Astutik, 2021). Misalkan huruf A,B,C disusun terdiri dari dua huruf maka kemungkinan yang terjadi adalah AB, AC, BC, BA, CA, CB. Atau AB = BA, AC = CA, BC = CB. Kombinasi r unsur yang berbeda dari n unsur yang tersedia di lambangkan ${}_nC_r$, C_r^n atau ${}^nC_r$ yang dirumuskan dengan ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$, dengan r ≤ n.

Contoh:

1. Dari 8 orang akan melakukan sebuah pertandingan catur. banyak cara yang diperoleh untuk melakukan pertandingan tersebut adalah:

   Penyelesaian:

   Karena pertandingan catur boleh berulang maka diperoleh:

   $${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

   $${}_8C_2 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2!6!} = \frac{8.7.6!}{2.16!} = \frac{8.7}{2.1} = 4.7 = 28 \text{ cara}$$

2. Satu set kartu bridge teridiri dari 52 kartu. Akan diambil 2 buah kartu sekaligus. Banyak cara yang dapat dilakukan untuk mengambil kartu 1 kartu sekop dan satu kartu merah adalah …

Penyelesaian:

1 Sekop, 1 Merah = ${}_{13}C_1 \cdot {}_{26}C_1 = \frac{13!}{1!(13-1)!} \cdot \frac{26!}{1!(26-1)!} = \frac{13!}{1!12!} \cdot \frac{26!}{1!25!}$ = 13.16 = 338 cara.

Peluang Suatu Kejadian

Definisi:

Misalkan A adalah suatu kejadian yang tidak kosong yang diperoleh dari ruang sampel S maka peluang kejadian A adalah banyaknya anggota kejadian A dibagi banyak nya anggota ruang sampel, yang dituliskan:

P(A) = $\frac{Banyaknya\ anggota\ kejadian\ A}{Banyaknya\ anggota\ Ruang\ Sampel}$

P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)}$, n(S) $\neq$ 0.

Contoh:

1. Sebuah dadu dan sebuah uang logam dilemparkan sebanyak satu kali secara bersamaan. Tentukan peluang kejadian munculnya gambar pada uang logam dan angka 1 pada dadu.

   Penyelesaian:

   S = {(A,1), (A,2), (A,3), (A,4), (A,5), (A,6), (G,1), (G,2), (G,3), (G,4), (G,5), (G,6)}

   N(S) = 12

   A = kejadian munculnya gambar pada uang logam dan angka 1 pada dadu

   A = {(G,1)}

   N(A) = 1

   P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{12}$

2. Dalam sebuah kotak terdapat 10 kelereng yaitu 6 kelereng merah dan 4 kelereng putih. Akan diambil tiga kelereng sekaligus. Tentukan peluang terambilnya:

   a. 2 kelereng merah dan 1 kelereng putih

   b. Ketiga-tiganya kelereng merah

   Penyelesaian:

   n(S) = ${}_{10}C_3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10.9.8.7!}{3.2.1.7!}$ = 10.3.4 = 120

   a. A = 2M,1P = ${}_{6}C_2 \cdot {}_{4}C_1 = \frac{6!}{2!(6-2)!} \cdot \frac{4!}{1!(4-1)!} = \frac{6.5.4!}{2.1.14!} \cdot \frac{4.3!}{1!3!}$ = 3.5.4 = 60

   P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$

b. B = 3M = ${}_6C_3 = \dfrac{6!}{3!(6-3)!} = \dfrac{6.5.4.3!}{3.2.1.13!}$ = 5.4 = 20

P(A) = $\dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{20}{120} = \dfrac{1}{6}$

Teorema Binomial

Ekspansi binomial adalah sebuah polinomial dengan dua suku seperti (a + b). Ketika (a + b) dipangkatkan dengan n maka bagaimanakah penjabarannya dan berapakah nilai koefisien dari salah satu suku penjabaran tersebut. Untuk mencari solusi dari $(a + b)^n$ maka digunakan teorema binomial.

Perhatikan contoh berikut:

$(a + b)^0 = 1$

$(a + b)^1 = a + b$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

Dan seterusnya

Bagaimana jika $(a + b)^n = \ldots.$

Untuk menunjukkan rumus teorema binomial maka kita gunakan $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. Karena $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Maka $(a + b)^3 = \binom{3}{3} a^3 + \binom{3}{2} a^2b + \binom{3}{1} ab^2 + \binom{3}{0} b^3$

Atau $(a + b)^3 = C_{(3,3)}\, a^3 + C_{(3,2)}\, a^2b + C_{(3,1)}\, ab^2 + C_{(3,0)}\, b^3$

Untuk menunjukkan rumus teorema binomial maka kita gunakan $(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$. Karena $(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

Maka $(a + b)^4 = \binom{4}{4} a^4 + \binom{4}{3} a^3b + \binom{4}{2} a^2b^2 + \binom{4}{1} ab^3 + \binom{4}{0} b^4$

Atau $(a + b)^4 = C_{(4,4)}\, a^4 + C_{(4,3)}\, a^3b + C_{(4,2)}\, a^2b^2 + C_{(4,41)}\, ab^3 + C_{(4,0)}\, b^4$

Teorema 1

Misalkan a dan b adalah variabel dan n adalah bilangan bulat nol dan positif maka:

$(a + b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_{(n,k)} a^{n-k} b^k = C_{(n,0)}\, a^n + C_{(n,1)}\, a^{n-1} b + \ldots + C_{(n,n-1)}\, ab^{n-1} + C_{(n,n)}\, b^n$

Bukti:

Dengan menggunakan konsep contoh diatas maka pembuktian teorema binomial adalah:

$(a + b)^n = a^n + \dfrac{n}{1} a^{n-1} b + \dfrac{n(n-1)}{2.1} a^{n-2}b^2 + \ldots + \dfrac{n(n-1)}{2.1} a^2b^{n-2} + \dfrac{n}{1} a\, b^{n-1} + b^n$

$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2}b^2 + \ldots + \binom{n}{2} a^2b^{n-2} + \binom{n}{1} a\, b^{n-1} + \binom{n}{0} b^n$

$(a + b)^n = C_{(n,0)}\, a^n + C_{(n,1)}\, a^{n-1} b + C_{(n,2)}\, a^{n-2}b^2 + \ldots + C_{(n,2)}\, a^2b^{n-2} + C_{(n,1)}\, a\, b^{n-1} + C_{(n,0)}\, b^n$

$(a + b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_{(n,k)} a^{n-k} b^k$

Contoh:

Tentukan ekspansi dari $(x + y)^7 = \ldots$

Penyelesaian:

$(x + y)^7 = C_{(7,0)}\, x^7 + C_{(7,1)}\, x^6y + C_{(7,2)}\, x^5y^2 + C_{(7,3)}\, x^4y^3 + C_{(7,4)}\, x^3y^4 + C_{(7,5)}\, x^2y^5 + C_{(7,6)}\, xy^6 + C_{(7,7)}\, y^7$

$(x + y)^7 = \frac{7!}{0!(7-0)!} x^7 + \frac{7!}{1!(7-1)!} x^6y + \frac{7!}{2!(7-2)!} x^5y^2 + \frac{7!}{3!(7-3)!} x^4y^3 + \frac{7!}{4!(7-4)!} x^3y^4 + \frac{7!}{5!(7-5)!} x^2y^5 + \frac{7!}{6!(7-6)!} xy^6 + \frac{7!}{7!(7-7)!} y^7$

$(x + y)^7 = \frac{7!}{0!7!} x^7 + \frac{7!}{1!6!} x^6y + \frac{7!}{2!5!} x^5y^2 + \frac{7!}{3!4!} x^4y^3 + \frac{7!}{4!3!} x^3y^4 + \frac{7!}{5!2!} x^2y^5 + \frac{7!}{6!1!} xy^6 + \frac{7!}{7!0!} y^7$

$(x + y)^7 = x^7 + 7x^6y + 21x^5y^2 + 35x^4y^3 + 35x^3y^4 + 21x^2y^5 + 7xy^6 + y^7$

Contoh:

Tentukan koefisien dari:

1. x^4y^4 dari ekspansi $(x + 2y)^8$.
2. a^2b^4 dari ekspansi $(2a - b)^6$.

Penyelesaian:

1. Koefisien x^4y^4 dari ekspansi $(x + 2y)^8 = C_{(8,4)}\, x^{8-4}\, (2y)^4 = \frac{8!}{4!(8-4)!} x^4 2^4 y^4$

   $= \frac{8.7.6.5.4!}{4.3.2.14!} x^4 16y^4$

   $= 7.2.16\, x^4y^4$

   $= 224\, x^4y^4$

   Maka Koefisien x^4y^4 adalah 224
2. Koefisien a^2b^4 dari ekspansi $(2a - b)^6 = C_{(6,4)}\, (2a)^{6-4}\, (-b)^4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} 2^2\, a^2(-1)^4b^4$

   $= \frac{6.5.4!}{4!2.1} 4\, a^2 1.b^4$

   $= 15.4\, a^2b^4$

   $= 60\, a^2b^4$

Maka Koefisien x^4y^4 adalah 60

Teorema Binomial dalam Menentukan Peluang Suatu Kejadian

Dalam menggunakan teorema binomial biasanya menggunakan masalah kombinasi. Misalkan diambil contoh, dalam sebuah kotak terdapat 5 kelereng, diambil dua kelereng sekaligus yaitu diambil satu bola merah dan 1 bola putih sehingga terambil 5 kelereng tersebut. Banyak cara pengambilan 5 kelereng tersebut, agar terambil semua kelereng dari kotak tersebut adalah kombinasi 5 kelereng berbeda dari 5 kelereng tersedia = $C_{(5,5)} = \binom{5}{5} = 1$

Banyak cara pengambilan 5 kelereng tersebut, agar terambil 4 kelereng dari kotak tersebut adalah kombinasi 4 kelereng berbeda dari 5 kelereng tersedia = $C_{(5,4)} = \binom{5}{4} = 5$

Banyak cara pengambilan 5 kelereng tersebut, agar terambil 3 kelereng dari kotak tersebut adalah kombinasi 3 kelereng berbeda dari 5 kelereng tersedia = $C_{(5,3)} = \binom{5}{3} = 10$

Banyak cara pengambilan 5 kelereng tersebut, agar terambil 2 kelereng dari kotak tersebut adalah kombinasi 2 kelereng berbeda dari 5 kelereng tersedia = $C_{(5,2)} = \binom{5}{2} = 10$

Banyak cara pengambilan 5 kelereng tersebut, agar terambil 1 kelereng dari kotak tersebut adalah kombinasi 1 kelereng dari 5 kelereng tersedia = $C_{(5,1)} = \binom{5}{1} = 5$

Banyak cara pengambilan 5 kelereng tersebut, agar tidak ada terambil kelereng dari kotak tersebut adalah kombinasi 0 kelereng dari 5 kelereng tersedia = $C_{(5,0)} = \binom{5}{0} = 1$

Perpangkatan $(a + b)^5$ dapat dijabarkan sebagai berikut:

(a + b) (a + b) (a + b) (a + b) (a + b) = aaaaa + aaaab + aaaba + aaabb + aabaa + aabab + aabba + aabbb + abaaa + abaab + ababa + ababb + abbaa + abbab + abbba + abbbb + baaaa + baaab + baaba + baabb + babaa + babab + babba + babbb + bbaaa + bbaab + bbaba + bbabb + bbbaa + bbbab + bbbba + bbbbb

Banyaknya suku dengan 5 kelereng adalah $\binom{5}{5} = 1$

Banyaknya suku dengan 4 kelereng adalah $\binom{5}{4} = 5$

Banyaknya suku dengan 3 kelereng adalah $\binom{5}{3} = 10$

Banyaknya suku dengan 2 kelereng adalah $\binom{5}{2} = 10$

Banyaknya suku dengan 1 kelereng adalah $\binom{5}{1} = 5$

Banyaknya suku dengan tidak ada kelereng adalah $\binom{5}{0} = 1$

Jika suku-suku sejenisnya dijumlahkan maka diperoleh:

$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

Jika dinyatakan dengan kombinasi-kombinasi maka banyak kelereng tiap suku adalah

$$(a + b)^5 = \binom{5}{0}a^5 + \binom{5}{1}a^4b + \binom{5}{2}a^3b^2 + \binom{5}{3}a^2b^3 + \binom{5}{4}ab^4 + \binom{5}{5}b^5$$

Dalam menggunakan teorema binomial biasanya menggunakan masalah kombinasi. Misalkan diambil contoh, dalam sebuah kotak terdapat 5 kelereng, diambil dua kelereng sekaligus yaitu diambil satu bola merah dan 1 bola putih sehingga terambil 5 kelereng tersebut.

Banyak cara pengambilan 5 kelereng tersebut, agar terambil semua kelereng dari kotak tersebut adalah kombinasi 5 kelereng berbeda dari 5 kelereng tersedia = $C_{(5,5)} = \binom{5}{5} = 1$

Banyak cara pengambilan 5 kelereng tersebut, agar terambil 4 kelereng dari kotak tersebut adalah kombinasi 4 kelereng berbeda dari 5 kelereng tersedia = $C_{(5,4)} = \binom{5}{4} = 5$

Banyak cara pengambilan 5 kelereng tersebut, agar terambil 3 kelereng dari kotak tersebut adalah kombinasi 3 kelereng berbeda dari 5 kelereng tersedia = $C_{(5,3)} = \binom{5}{3} = 10$

Banyak cara pengambilan 5 kelereng tersebut, agar terambil 2 kelereng dari kotak tersebut adalah kombinasi 2 kelereng berbeda dari 5 kelereng tersedia = $C_{(5,2)} = \binom{5}{2} = 10$

Banyak cara pengambilan 5 kelereng tersebut, agar terambil 1 kelereng dari kotak tersebut adalah kombinasi 1 kelereng dari 5 kelereng tersedia = $C_{(5,1)} = \binom{5}{1} = 5$

Banyak cara pengambilan 5 kelereng tersebut, agar tidak ada terambil kelereng dari kotak tersebut adalah kombinasi 0 kelereng dari 5 kelereng tersedia = $C_{(5,0)} = \binom{5}{0} = 1$

Perpangkatan $(a + b)^5$ dapat dijabarkan sebagai berikut:

(a + b) (a + b) (a + b) (a + b) (a + b) = aaaaa + aaaab + aaaba + aaabb + aabaa + aabab + aabba + aabbb + abaaa + abaab + ababa + ababb + abbaa + abbab + abbba + abbbb + baaaa + baaab + baaba + baabb + babaa + babab + babba + babbb + bbaaa + bbaab + bbaba + bbabb + bbbaa + bbbab + bbbba + bbbbb

Banyaknya suku dengan 5 kelereng adalah $\binom{5}{5} = 1$

Banyaknya suku dengan 4 kelereng adalah $\binom{5}{4} = 5$

Banyaknya suku dengan 3 kelereng adalah $\binom{5}{3} = 10$

Banyaknya suku dengan 2 kelereng adalah $\binom{5}{2} = 10$

Banyaknya suku dengan 1 kelereng adalah $\binom{5}{1} = 5$

Banyaknya suku dengan tidak ada kelereng adalah $\binom{5}{0} = 1$

Jika suku-suku sejenisnya dijumlahkan maka diperoleh:

$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

Jika dinyatakan dengan kombinasi-kombinasi maka banyak kelereng tiap suku adalah:

$$(a + b)^5 = \binom{5}{0}a^5 + \binom{5}{1}a^4b + \binom{5}{2}a^3b^2 + \binom{5}{3}a^2b^3 + \binom{5}{4}ab^4 + \binom{5}{5}b^5$$

Menghitung titik sampel dan menghitung peluang suatu kejadian dari suatu percobaan pelemparan uang logam atau dadu yang seimbang relatif mudah dibandingkan menghitung titik sampel dan menghitung peluang suatu kejadian dari pelemparan uang logam atau dadu yang tidak seimbang. Teorema binomial sangat membantu dalam perhitungan peluang suatu kejadian.

Contoh:

Dalam percobaan pelemparan 5 buah uang logam seimbang sebanyak satu kali. berapa kah peluang munculnya:

1. 2 angka
2. Sekurang-kurangnya muncul 4 kali gambar

Penyelesaian:

Banyak nya titik sampel = n(S) = $2^n = 2^5 = 32$.

S = {AAAAA + AAAAB + AAABA + AAABB + AABAA + AABAB + AABBA + AABBB + ABAAA + ABAAB + ABABA + ABABB + ABBAA + ABBAB + ABBBA + ABBBB + BAAAA +

BAAAB + BAABA + BAABB + BABAA + BABAB + BABBA + BABBB + BBAAA + BBAAB + BBABA + BBABB + BBBAA + BBBAB + BBBBA + BBBBB}

1. Misalkan C = kejadian munculnya 2 angka

   C = {AABBB, ABABB, ABBAB, ABBBA, BAABB, BABAB, BABBA, BBAAB, BBABA, BBBAA}

   n(C) = 10

   sehingga P(C) = $\frac{n(C)}{n(S)} = \frac{10}{32}$

2. Misalkan D = kejadian munculnya sekurang-kurangnya muncul 4 kali gambar

   D = { AAAAA, AAAAB, AAABA, AABAA, ABAAA, BAAAA}

   n(D) = 6

   sehingga P(C) = $\frac{n(C)}{n(S)} = \frac{6}{32}$

   dengan menggunakan teorema Binomial diperoleh:

   $(a + b)^5 = \binom{5}{0} a^5 + \binom{5}{1} a^4b + \binom{5}{2} a^3b^2 + \binom{5}{3} a^2b^3 + \binom{5}{4} ab^4 + \binom{5}{5} b^5$

   Karena uang logam dilemparkan sebanyak 5 kali maka ambil teorema binomial dengan n = 5 diperoleh A : G = 1 : 2 sehingga P(A) = $\frac{1}{3}$ dan P(G) = $\frac{2}{3}$

3. Misalnya C adalah kejadian munculnya 2 angka

   Maka P(C) = $\binom{5}{3} a^2b^3 = \frac{5!}{3!2!} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{5.4}{2.1} \frac{1}{9} \frac{4}{9} = 10 \frac{1}{9} \frac{4}{9} = \frac{40}{81}$

   Jadi peluang munculnya 2 angka adalah $\frac{40}{81}$

4. Misalnya D adalah kejadian munculnya sekurang-kurangnya muncul 4 kali gambar

   Maka P(D) = $\binom{5}{4} a^2b^3 = \frac{5!}{4!1!} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{5.4!}{4!.1} \frac{1}{9} \frac{4}{9} = 5 \frac{1}{9} \frac{4}{9} = \frac{20}{81}$

   Jadi peluang munculnya sekurang-kurangnya muncul 4 kali gambar adalah $\frac{20}{81}$

KESIMPULAN

Dalam menentukan banyaknya titik sampel pada pelemparan uang logam dapat ditentukan dengan rumus 2^n dengan n adalah banyaknya pelemparan uang logam. Dalam menentukan peluang suatu kejadian pelemparan uang logam dapat diperoleh dengan menentukan banyaknya muncul kejadian A dibagi dengan banyak nya Ruang sampel yaitu $\frac{n(A)}{n(S)}$. Dalam menghitung peluang suatu kejadian, teorema binomial dapat digunakan khusus nya pada percobaan pelemparan uang logam.

Penelitian ini digunakan untuk menentukan peluang suatu kejadian dengan menggunakan konsep teorema binomial hanya pada pelemparan uang logam. Untuk penelitian selanjutnya akan digunakan pada pelemparan sebuah dadu**.**

REFERENSI

Al-Baldawi, Z., & Ali Hussein, I. (2021). Estimating the Optimum Completion Time of Project Using Binomial Distribution and Probabilistic PERT Network. In *Proceedings of First International Conference on Mathematical Modeling and Computational Science: ICMMCS 2020* (pp. 627–637). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-33-4389-4_57

Ansori, H., Fajriah, N., & Suryaningsih, Y. (2021). *Teori Peluang*. Jurusan Pendidikan Matematika FKIP ULM. https://repo-dosen.ulm.ac.id//handle/123456789/23100

Anugrawati, S. D. (2022). Aplikasi Model Kerugian Agregat dan Teori Kebangkrutan (Ruin Theory) Dalam Penentuan Peluang Kebangkrutan (Probability of Ruin). *Jurnal MSA (Matematika Dan Statistika Serta Aplikasinya)*, *10*(2), 73–78. https://doi.org/https://doi.org/10.24252/msa.v10i2.33821

Az-Zahroh, S. F., & Permadi, H. (2022). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Literasi Numerasi pada Materi Sebaran Geometrik dan Binomial Negatif. *GAUSS: Jurnal Pendidikan Matematika*, *5*(2), 40–52. https://doi.org/10.30656/gauss.v5i2.5712

Biscarri, W., Zhao, S. D., & Brunner, R. J. (2018). A simple and fast method for computing the Poisson binomial distribution function. *Computational Statistics & Data Analysis*, *122*, 92–100. https://doi.org/10.1016/j.csda.2018.01.007

Darwanto, D., & Dinata, K. B. (2021). *Pengantar Teori Peluang*. UMKO Publishing. http://repository.umko.ac.id/

Fischer, S. (2019). An Analytical Portfolio Credit Risk Model Based on the Extended Binomial Distribution. *Journal of Financial Risk Management*, *08*(03), 177–191. https://doi.org/10.4236/jfrm.2019.83012

Garnadi, A. D., & Indonesia, P. A. (2018). *Pengantar Teori Peluang untuk Aktuaris*. Center for Open Science. https://doi.org/10.31219/osf.io/dnf6k

Hadi, S., Gunawan, I., & DALLE, J. (2018). *Statistika Inferensial Teori dan Aplikasinya*. Universitas Lambung Mangkurat.

Istiqomah, I. (2016). Penerapan Teorema Binomial Untuk Menentukan Peluang Kejadian (Kasus :Percobaan Pelemparan Koin Tak Seimbang). *Science Tech: Jurnal Ilmu Pengetahuan Dan Teknologi*, *2*(2), 61–69. https://doi.org/10.30738/jst.v2i2.380

Lumbantoruan, J. H. (2019). *Buku Materi Pembelajaran Teori Peluang dan Kombinatorika*.

Miasary, S. D. (2022). Analisis Jumlah Klaim Agregasi Berdistribusi Negative Binomial Dan Besar Klaim Berdistribusi Discreate Uniform Dengan Menggunakan Metode Konvolusi. *Journal of Mathematics : Theory and Application*, *4*(2), 50–56. https://doi.org/10.31605/jomta.v4i2.2010

Nasrulloh, M. F. (2020). Penerapan Problem Based Learning ditinjau dari Prestasi Belajar Mahasiswa Pendidikan Matematika Mata Kuliah Statistika Probabilitas. *EDUSCOPE: Jurnal Pendidikan, Pembelajaran, Dan Teknologi*, *5*(2), 10–17. https://doi.org/https://doi.org/10.32764/eduscope.v5i2.763

Noeryanti, N. (2021). *Pengantar Teori Probabilitas*. AKPRIND PRESS.

Nurhusain, M., & Hadi, A. (2021). Desain Pembelajaran Statistika Terapan Berbasis Kasus Berkualitas Baik (Valid, Praktis, dan Efektif) untuk Mahasiswa Pendidikan Matematika. *Indonesian Journal of Educational Science (IJES)*, *3*(2), 105–119. https://doi.org/10.31605/ijes.v3i2.951

Purnama, A., Wijaya, T. T., Dewi, S. N., & Zulfah, Z. (2020). Analisis Buku Siswa Matematika SMA dari Indonesia dan China Pada Materi Peluang dan Statistik. *Jurnal Cendekia : Jurnal Pendidikan Matematika*, *4*(2), 813–822. https://doi.org/10.31004/cendekia.v4i2.305

Qi, Y., Lai, J., Li, Y., & Tian, Q. (2017). An Algorithm for Calculating Collision Probability of Spacecraft and Short-term Debris Cloud Based on Binomial Distribution. *Proceedings of the 2nd International Conference on Mechatronics Engineering and Information Technology (ICMEIT 2017)*, 133–138. https://doi.org/10.2991/icmeit-17.2017.26

Rhomdani, R. W. (2022). Algoritma Modulo Berpangkat Menggunakan Teorema Binomial Newton Dan Phi Euler Dengan Javascript. *Teorema: Teori Dan Riset Matematika*, *7*(2), 403. https://doi.org/10.25157/teorema.v7i2.7707

Sadli, M., Alwi, W., & Nurman, T. A. (2017). Aplikasi teorema binomial newton pada perhitungan bilangan pecahan radikal. *Jurnal MSA (Matematika Dan Statistika Serta Aplikasinya)*, *5*(2), 23. https://doi.org/https://doi.org/10.24252/msa.v5i2.4506

Silverman, D. (2020). Qualitative research. *Qualitative Research*, 1–520.

Sirbiladze, G., Kacprzyk, J., Manjafarashvili, T., Midodashvili, B., & Matsaberidze, B. (2022). New Fuzzy Extensions on Binomial Distribution. *Axioms*, *11*(5), 220. https://doi.org/10.3390/axioms11050220

Skarbek, D. (2020). Qualitative research methods for institutional analysis. *Journal of Institutional Economics*, *16*(4), 409–422. https://doi.org/10.1017/S174413741900078X

Sneyd, J., Fewster, R. M., & McGillivray, D. (2022). Binomial distribution. In *Mathematics and Statistics for Science* (pp. 561–582). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-05318-4_29

Sumarminingsih, E., & Astutik, S. (2021). *Pengantar Teori Peluang*. Universitas Brawijaya Press.

Tutelman, P. R., & Webster, F. (2020). Qualitative research and pain: Current controversies and future directions. *Canadian Journal of Pain*, *4*(3), 1–5. https://doi.org/10.1080/24740527.2020.1809201